

## Efectos del Confinamiento Sobre Muestras Mesoscópicas Superconductoras Cilíndricas Múltiplemente Conexas

A. Pasaje<sup>1,2</sup>, J. M. Calero<sup>2</sup> y J. C. Granada<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física, Universidad de Nariño, Torobajo, Pasto, Nariño, (Colombia)

<sup>2</sup>Departamento de Física, Universidad del Valle, A. A. 25360, Cali (Colombia)

Recibido 22 de Oct. 2007; Aceptado 15 de Oct. 2008; Publicado en línea 5 de Ene. 2009

### Resumen

Basados en la generalización realizada por Shanenko e Ivanov (Phys. Lett. A **332**, 384 (2004)) de la teoría de Ginzburg Landau, en la cual se tiene en cuenta la interacción debida al confinamiento geométrico de los pares de Cooper, se ha obtenido la contribución a la energía proveniente del confinamiento, en función del campo magnético aplicado, para un cilindro mesoscópico superconductor con un hueco sobre el eje, en presencia de un campo magnético uniforme dirigido a lo largo del eje. Se ha prestado especial atención a la competencia entre los diversos tipos de confinamiento geométrico presentes en el sistema y al papel que desempeña la geometría múltiplemente conexa. Específicamente, se encuentra que para el estado más bajo de momento angular ( $n = 0$ ), la energía de confinamiento crece con el campo magnético aplicado. También se observa un incremento en esta energía a medida que el confinamiento geométrico se hace más fuerte, tanto en la dirección radial como en la axial.

**Palabras claves:** Teoría de Ginzburg-Landau, Superconductores Mesoscópicos, Interacción de Confinamiento

### Abstract

By using the generalization of the Ginzburg-Landau theory proposed by Shanenko and Ivanov (Phys. Lett. A **332**, 384 (2004)), in which is taken into account the interaction due to the geometric confinement of the Cooper pairs, it has been obtained the contribution to the energy resulting of the confinement, as a function of the applied magnetic field, for a mesoscopic superconducting cylinder with a hole along its axis, in the presence of an axial uniform magnetic field. Special attention has been paid to the competition between the different types of geometric confinement present in the system, as well as to the role of the multiply connected geometry of the sample. Specifically, it has been found that for the lowest state of the angular momentum ( $n = 0$ ), the confining energy raise with the increase of the applied magnetic field. Also it is observed an increase of this energy as the geometric confinement become stronger, for both radial and axial directions.

**Keywords:** Ginzburg-Landau Theory, Mesoscopic Superconductors, Confining Interaction.

© 2009 Revista Colombiana de Física. Todos los derechos reservados.

### 1. Introducción

Debido a los avances en nanotecnología, se ha incrementado considerablemente en los últimos años el interés por el estudio de las propiedades físicas de sistemas superconductores con dimensiones comparables a la longitud de coherencia o a la longitud de penetración magnética (super-

conductores mesoscópicos). Una gran cantidad de trabajos tanto teóricos [1-5] como experimentales [6-8] han sido publicados con resultados de investigaciones en este novedoso campo. Uno de los hechos más importantes que se observan en los superconductores mesoscópicos es que tanto la forma como el tamaño de la muestra influyen notablemente en las propiedades superconductoras de estos

sistemas. Tradicionalmente, el comportamiento de sistemas superconductores en la región crítica, suficientemente cerca de la transición al estado normal, ha sido estudiado utilizando las ecuaciones de Ginzburg-Landau (GL), resueltas con las condiciones de frontera convencionales [9]. Estas condiciones implican que la componente normal de la densidad de corriente superconductora es igual a cero sobre las fronteras de la muestra. Sin embargo, en este enfoque no se tiene en cuenta la contribución a la energía libre del sistema proveniente de la interacción de confinamiento sobre los pares de Cooper, consecuencia del tamaño finito de la muestra. En muestras superconductoras mesoscópicas, como fue enfatizado por Shanenko e Ivanov [2], esta contribución no es despreciable y, por tal motivo, éstos propusieron una generalización de la teoría GL en la que se incluye explícitamente en la energía libre el efecto de un potencial de confinamiento geométrico. En trabajos recientes [10,11], se ha calculado el campo crítico termodinámico en sistemas superconductores mesoscópicos con simetría axial, tanto para el caso de un cilindro macizo [10], como para un cilindro hueco [11].

En el presente trabajo utilizamos la generalización propuesta por Shanenko e Ivanov [2] para estudiar los efectos del confinamiento sobre muestras mesoscópicas superconductoras cilíndricas múltiplemente conexas. Las muestras que consideramos son cilindros con un hueco sobre su eje, las cuales se someten a un campo magnético axial. Analizamos el comportamiento de la energía de confinamiento, frente al cambio en la geometría de la muestra.

## 2. Modelo Teórico

Consideramos un cilindro superconductor hueco de altura  $L$ , radio exterior  $R$  y radio interior  $R_h$ , con la condición  $\lambda(T) \gg (L, R) \geq \xi(T)$ , donde  $\xi(T)$  y  $\lambda(T)$  corresponden a la longitud de coherencia y longitud de penetración, respectivamente, definidas por  $\xi = \sqrt{\hbar^2 / (2m^*|\alpha|)}$ ,  $\lambda = \sqrt{m^*c^2\beta / (16\pi|\alpha|e^2)}$ , siendo  $\alpha$  y  $\beta$  los parámetros que aparecen en la teoría GL convencional [9] y  $m^*$  la masa efectiva de los portadores. Cuando se tiene en cuenta la interacción de confinamiento [2], en presencia de un campo magnético axial  $B$ , el estado superconductor es descrito por el parámetro de orden no homogéneo  $\Psi(r)$ , que en coordenadas cilíndricas satisface la ecuación:

$$\frac{1}{2m^*} \left\{ -\hbar^2 \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] + \frac{\hbar^2}{\rho^2} \left[ -n + \frac{e}{ch} \rho^2 B \right] \right\} \Psi(r) + 2V_{conf} \Psi(r) = -\alpha_c \Psi(r) \quad (1)$$

donde  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  describe el estado de momento angular del sistema. Para nuestro caso el parámetro  $\alpha$  tiende a  $\alpha_c$  cuando  $T \rightarrow T_c$  ( $T_c$  es la temperatura crítica superconductora), y el potencial de confinamiento  $V_{conf}(r)$  es tal que

$V_{conf}(r) = \infty$  fuera de la muestra y  $V_{conf}(r) = 0$  dentro de la muestra. El parámetro de orden satisface la condición de frontera  $\Psi(r)|_{frontera} = 0$  [2]. Introduciendo las cantidades adimensionales  $x = \rho/R$  y  $y = z/L$ , la ecuación (1) se puede escribir como:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{R^2}{L^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - \frac{1}{x} \left[ \frac{e R^2 B}{\hbar c} x^2 - n \right]^2 \Psi - \frac{2m^* \alpha_c R^2}{\hbar^2} \Psi = 0 \quad (2)$$

La solución de la ecuación (2), puede expresarse en la forma:

$$\Psi(x, y, \phi) = x^n \exp \left( -\frac{x^2}{2} \frac{\phi}{\phi_0} + i n \phi \right) \left\{ A_n M \left( Y, n+1, x^2 \frac{\phi}{\phi_0} \right) + B_n U \left( Y, n+1, x^2 \frac{\phi}{\phi_0} \right) \right\} \sin(p\pi y) \quad (3)$$

donde  $Y = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left( \frac{2m^* |\alpha_c| R^2}{\hbar^2} - \frac{R^2}{L^2} \pi^2 \right) \frac{\phi_0}{\phi}$ , siendo  $p$  un número

entero,  $\phi_0$  el cuanto de flujo magnético y  $\phi = \pi R^2 B$  el flujo magnético total que atraviesa al cilindro.

Aplicando las condiciones de frontera, calculamos la cantidad  $Y$  a partir de los ceros de la siguiente ecuación no lineal:

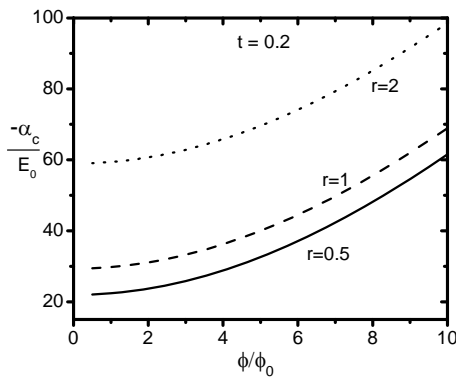
$$M \left( Y, n+1, \frac{\phi}{\phi_0} \right) U \left( Y, n+1, t^2 \frac{\phi}{\phi_0} \right) - M \left( Y, n+1, t^2 \frac{\phi}{\phi_0} \right) U \left( Y, n+1, \frac{\phi}{\phi_0} \right) = 0 \quad (4)$$

## 3. Resultados y Análisis

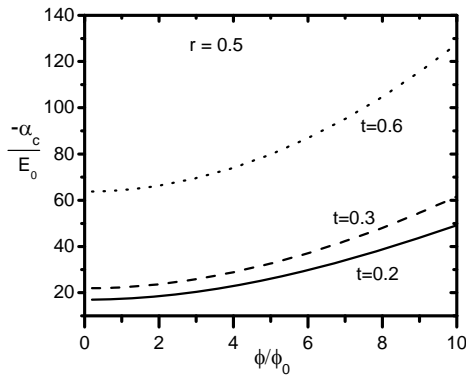
En la figura 1, hemos representado la energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades  $E_0 = \hbar^2 / (2m^* R^2)$ ), como función de  $\phi/\phi_0$ , para  $t = R_h/R = 0.2$  y  $r = R/L = 0.5, 1$  y  $2$ . Bajo estas condiciones, el confinamiento radial permanece fijo y varía paulatinamente el confinamiento longitudinal. Para este caso se evidencia que, para un valor dado del campo magnético aplicado, la energía de confinamiento aumenta a medida que la altura  $L$  del cilindro disminuye (la cantidad  $r = R/L$  aumenta) cuando se mantiene un hueco de tamaño fijo. La velocidad de crecimiento de la energía de confinamiento con el campo es aproximadamente igual para todos los valores de la altura  $L$ , lo cual se evidencia en el hecho que las tres curvas son prácticamente paralelas.

En la figura 2, hemos representado la energía de confinamiento  $-\alpha_c/E_0$  como función de  $\phi/\phi_0$ , para una serie de muestras en las cuales el confinamiento longitudinal permanece fijo ( $r = 0.5$ ) y se modifican las condiciones del confinamiento radial variando el radio del hueco ( $t = 0.2, 0.3$  y  $0.6$ ). Como era de esperar a partir de consideraciones intuitivas, a medida que se incrementa el radio del hueco, el confinamiento geométrico aumenta, lo que lleva a que la energía  $-\alpha_c$  aumente para un valor dado del campo magnético.

co. Sin embargo la rapidez del crecimiento de estas curvas con el campo aplicado se torna más pronunciada a medida que aumenta el radio del hueco de la muestra, lo cual difiere con el caso cuando se fija el confinamiento radial y se hace variar el confinamiento longitudinal. Este comportamiento se debe a que al incrementar  $t$ , cada vez se hace más notorio el papel que juega la geometría múltiplemente conexa que caracteriza al confinamiento radial, el cual, en particular, se manifiesta con la presencia de corrientes paramagnéticas que circulan en la frontera interna del sistema. Por lo tanto, a pesar de que al aumentar el campo, el confinamiento magnético se torna cada vez más importante, el rol del confinamiento geométrico radial (a través del carácter no trivial de la geometría múltiplemente conexa) continúa prevaleciendo.



**Fig.1** Energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades  $E_0 = \hbar^2/2m^*R^2$ ), como función de  $\phi/\phi_0$ , para un valor fijo de  $t=R_h/R$  y tres valores diferentes de  $r=R/L$ .



**Fig.2** Energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades  $E_0 = \hbar^2/2m^*R^2$ ), como función de  $\phi/\phi_0$ , para un valor fijo de  $r=R/L$  y tres valores diferentes de  $t=R_h/R$ .

## Conclusiones

En conclusión, hemos presentado los resultados de los efectos de interacción de confinamiento en una muestra cilíndrica mesoscópica superconductora con un hueco sobre su eje,

bajo la acción de un campo magnético axial. El análisis de la energía de confinamiento muestra que sobre el comportamiento de ésta son determinantes el confinamiento geométrico longitudinal, el carácter múltiplemente conexo del confinamiento radial, además del confinamiento magnético asociado a la presencia del campo magnético.

**Agradecimientos:** Este trabajo fue financiado por Colciencias a través de los proyectos de investigación identificados con los códigos 1106-05-13828 y 1106-14-17903, el Centro de Excelencia para Nuevos Materiales (CENM), el convenio de colaboración CNPq-Colciencias No. 0491486/2004-9 y la Universidad del Valle.

## Referencias

- [1] C. Meyers, Phys. Rev. B **68**, 104522 (2003).
- [2] A. A. Shanenko and V.A. Ivanov, Phys. Lett. A **332**, 384 (2004).
- [3] A. A. Shanenko *et al*, Sol. St. Commun. **131**, 409 (2004).
- [4] J. M. Calero, N. Porras-Montenegro and J. C. Granada, Braz. J. Phys. **36**, 933 (2006).
- [5] B. J. Baelus, D. Sun and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **75**, 174523 (2007).
- [6] A. R. de C. Romaguera *et al*, Physica C, In the press (2007).
- [7] M. Morelle, D. S. Golubovic and V. V. Moshchalkov, Phys. Rev B **70**, 144528 (2004).
- [8] A. Kanda *et al*, Physica C **445-448**, 253 (2006).
- [9] P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and alloys*, Addison-Wesley, New York (1966).
- [10] A. Pasaje *et al*, Rev. Col. Fis. **39**, 443 (2007).
- [11] A. Pasaje *et al*, Phys. Stat. Sol. C, In the press (2007).